

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Геологічний факультет

Кафедра геофізики

**Доктор геологічних наук, професор
М.Н.Жуков.**

Математична статистика та обробка геологічної інформації

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

для студентів зі спеціальностей **6.070709 - геофізика, 6.070701 - геологія**

*Затверджено
Вченою радою
геологічного факультету
_____2007 року
Протокол №*

Київ - 2007

ВСТУП

“Математична статистика та обробка геологічної інформації” є базовою нормативною дисципліною, що викладається на першому курсі у 2-му семестрі в обсязі 51 годин. Форма підсумкового контролю – залік. За умови успішного опанування дисципліни студенту присвоюється 3,0 кредитів ECTS.

Курс “Математична статистика та обробка геологічної інформації” для студентів геологічного факультету спеціальності 6.070701 – геологія та 6.070709 – геофізика має на меті набуття студентами навичок імовірісно-статистичного підходу до вивчення геологічних об’єктів та явищ, оволодіння методами статистичного аналізу геологічних даних.

До завдань курсу належить: засвоєння студентами понять ймовірності, випадкових подій, випадкових величин; знання поширених законів розподілів, їх властивостей та вміння застосовувати в обробці геологічних даних; вміння визначати та інтерпретувати числові характеристики розподілів, володіння кореляційною теорією, методами оцінювання та їх застосуваннями в геологічній практиці; вміння визначати достовірність оцінок кількісних характеристик геологічних об’єктів, володіння методом найменших квадратів, методами перевірки статистичних гіпотез.

Предметом вивчення кількісні та якісні характеристики геологічних об’єктів.

Курс забезпечує володіння методами статистичної обробки геологічних даних для вирішення задач геологічної розвідки, прогнозування, оцінки запасів родовищ корисних копалин.

Протягом курсу студент повинен набути таких знань та вмінь:

- поняття ймовірності;
- поняття випадкової події та випадкової величини;
- знання розподілів, числових характеристик розподілів та їх властивостей; вміння їх використовувати для обробки геологічних даних;
- поняття багатовимірної випадкової величини, її числових характеристик та їх властивостей; вміння їх використовувати для обробки геологічних даних;
- знання кореляційної теорії;
- знання теорії статистичних оцінок та вміння знаходити статистичні оцінки;
- володіння методом найменших квадратів;
- початкові знання теорії перевірки статистичних гіпотез та вміння застосовувати статистичні критерії в процесі обробки геологічних даних;
- володіння методами статистичної класифікації;
- володіння методами кластер-аналізу та факторного аналізу;
- початкові знання з теорії випадкових функцій, фільтрації випадкових рядів спостережень.

Курс „Математична статистика та обробка геологічної інформації” є невід’ємною складовою базової освіти в структурно-логічній схемі підготовки фахівця за освітньо-кваліфікаційним рівнем „бакалавр з геології”, оскільки є дисципліною, що формує здатність фахівця до імовірісно-статистичного підходу до вивчення геологічних об’єктів, явищ природи і суспільства в цілому, показники яких знаходяться під впливом випадкових факторів; оволодіння методами статистичного аналізу геологічних даних.

Вказані методи використовуються у подальших курсах напрямків „Геофізика”, „Гідрогеологія та інженерна геологія”, „Геохімія”, „Мінералогія”, „Геофізичні дослідження свердловин”.

Контроль знань здійснюється за модульно-рейтинговою системою. Передбачає проведення двох модульних контрольних робіт та заліку. Підсумковий контроль у формі заліку передбачає врахування кількості балів за двома модульними контрольними роботами із відповідним перерахуванням згідно вимог заліку. Модульний контроль проводиться у вигляді письмових робіт із можливою максимальною оцінкою у 30 балів кожна. Для отримання оцінки ”зараховано” необхідно набрати не менше 60 балів.

Максимальна кількість балів, що можуть бути отримані за кожний модуль, становить 30. Підсумковий контроль проводиться у вигляді заліку з виконанням письмових завдань. Максимально можлива кількість балів, що може бути отримана за залік, складає 40.

**Контроль знань з дисципліни
«Математична статистика та обробка геологічної інформації»**

Здійснюється за модульно-рейтинговою системою.

Оцінювання за формами контролю:

Модульна контрольна робота 1 – 30 балів.

- Правильна усна відповідь – 1 бал;
- Захист самостійних робіт – 4 бали;
- Письмова контрольна робота – 24 бали;

Модульна контрольна робота 2 – 30 балів.

- Правильна усна відповідь – 1 бал;
- Захист самостійних робіт – 4 бали;
- Письмова контрольна робота – 25 балів

Підсумковий контроль здійснюється у формі заліку. Залік виставляється за результатами роботи впродовж семестру для студентів які не менше 60 балів, або ж бажають покращити сумарну оцінку, кількість балів, що виносяться на залік – 40.

Змістовий модуль 1: „Теорія ймовірностей. Розподіли та їх числові характеристики. Кореляція”

- Максимальна кількість балів – 30.
- Термін - друга декада березня

Змістовий модуль 2: „Методи визначення оцінок. Точність розрахункового параметру. Метод найменших квадратів. Методи перевірки статистичних гіпотез.”

- Максимальна кількість балів – 30.
- Термін - третя декада травня.

Підсумковий контроль (залік)

Студент повинен:

- уміти розв'язувати задачі на визначення, властивості та інтерпретацію числових характеристик розподілів, ймовірності, характеристик парного та множинного кореляційного зв'язків;
- виконувати непрямі виміри з використанням кореляційних зв'язків;
- обчислювати оцінки параметрів розподілів та їхні довірчі границі;
- оцінювати щільності та функції розподілів;
- обробляти результати експериментів;
- перевіряти гіпотези щодо параметрів розподілів, зв'язків, законів розподілів;
- визначати аномальні спостереження;
- виконувати статистичну класифікацію;
- будувати дендрограми об'єктів досліджень за комплексом кількісних ознак;
- будувати і застосувати найпростіші статистичні фільтри рядів спостережень.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№ лекції	Назва лекції	Кількість годин			
		Лекції	Практ. зан.	Самост. роб.	Інші форми контролю (бали)
Змістовий модуль 1 Теорія ймовірностей. Розподіли та їх числові характеристики. Кореляція					
ТЕМА 1 Основні поняття теорії ймовірностей					
1	Предмет та задачі теорії ймовірностей та математичної статистики. Класичне та статистичне визначення імовірності.	2	1	2	
2	Геометрична ймовірність. Властивості ймовірності.	2	1	4	
ТЕМА 2 Випадкові величини. Розподіл та числові характеристики випадкових величин					
3	Випадкові величини. Розподіли випадкових величин та їх числові характеристики.	2	1	3	
4	Числові характеристики випадкових величин (продовження). Гіпергеометричний розподіл. Схема Бернуллі. Геометричний розподіл.	2	1	4	
5	Закон Пуассона. Рівномірний розподіл	2	1	2	
6	Нормальний розподіл. Формула Муавра-Лапласа. Розподіли Пірсона, Стюдента, Фішера.	2	1	3	
7	Логнормальний розподіл. Властивості логнормального розподілу.	2	1	3	
ТЕМА 3 Багатовимірні випадкові величини. Кореляція					
8	Багатовимірні випадкові величини. Парна кореляція.	2	1	3	
9	Множинна кореляція. Часткова кореляція.	2	1	4	
Модульна контрольна робота 1 „Теорія ймовірностей. Розподіли та їх числові характеристики. Кореляція”					30
Змістовий модуль 2 Методи визначення оцінок. Точність розрахункового параметра. Метод					

найменших квадратів. Методи перевірки статистичних гіпотез.					
Тема 4 Статистичні оцінки					
10	Оцінки. Властивості оцінок. Таблиця оцінок основних числових характеристик розподілів	2	1	3	
11	Оцінка щільності та функції розподілу. Гістограма. Оцінки за згрупованими даними..	2	1	3	
12	Точність розрахункового параметра.	2	1	3	
Тема 5 Метод найменших квадратів.					
13	Метод найменших квадратів. Оцінка інтегральних характеристик.	2	1	4	
Тема .6 Перевірка статистичних гіпотез. Класифікація. Кластер-аналіз. Факторний аналіз.					
14	Поняття про перевірку гіпотез. Помилки 1-го та 2-го роду.	2	1	3	
15	Критерії для порівняння ймовірностей подій та розподілів. Критерії згоди. Критерії для виділення аномальних спостережень.	2	1	3	
16	Дисперсійний аналіз. Класифікація.	2	1	2	
Тема 7 Фільтрація випадкових функцій. Спектральні відображення випадкових функцій.					
17	Кластер-аналіз. Факторний аналіз Випадкові функції. Варіограма.	2	1	4	
Тема 8. Автоматизація статистичного аналізу засобами обчислювальної техніки					
18	Статистичні розрахунки у MS Excel. Статистичний аналіз у MathCad.	2	1	4	
Модульна контрольна робота 2 Методи визначення оцінок. Точність розрахункового параметра. Метод найменших квадратів. Методи перевірки статистичних гіпотез					30
	ВСЬОГО	36	18	57	60

Загальний обсяг 100 год, у тому числі –

Лекцій – 36 год,

Практичних занять – 18 год

Самостійна робота – 46 год.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1

Теорія ймовірностей. Розподіли та їх числові характеристики. Кореляція

ТЕМА 1

Основні поняття теорії ймовірностей

Лекція 1. Вступ. Теорія ймовірностей як наука про передбачання. Математична статистика – наука, яка об'єднує математичні методи одержання висновків на підставі спостережень. Джерела випадкових факторів в геологічних дослідженнях. Предмет та задачі математичної статистики та обробки геологічних даних. Класичне та статистичне визначення ймовірності. Неможлива подія. Достовірка подія. Частота появи події. Допоміжні формули. Указівки до підрахунку кількості наслідків.

Рекомендована література: [1, 4, 3]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на класичне та статистичне визначення ймовірності.

Рекомендована література: [4]

Завдання для самостійної роботи (2 год.).

Відповісти на запитання:

1. Чому дорівнює ймовірність достовірної події? неможливої події?
2. Чи може ймовірність бути від'ємною?
3. Ймовірність події дорівнює 0,4. До якого значення прямує частота появи цієї події?
4. Проведено 100 випробувань, причому у 56 мала місце подія A . Чи впливає з цього, що $P(A)=0,56$?
5. Проведено 1000 незалежних випробувань. В кожному з них подія A не мала місця. Чи вірне твердження: A - неможлива подія?
6. Серед 50 відібраних проб у трьох виявлено вторинний кварц. Яка частота зустрічі вторинного кварцу?
7. Скільки є способів розміщення трьох осіб на трьох місцях?
8. Зерно мінералу може мати: три типи габітусу, чотири типи забарвлення та два типи поверхні. Скільки існує різновидів зерен мінералу?
9. Розв'язати п'ять задач на класичне визначення ймовірності з підрозділу 1.1 підручника [4].

Рекомендована література: [4]

Лекція 2. Геометрична ймовірність. Допоміжні формули. Ймовірність виявлення об'єкта пошуку системою неперервних паралельних профілів. Ймовірність виявлення об'єкта регулярною мережею точкових спостережень. Густина мережі. Оптимальність мережі.

Операції над подіями. Об'єднання подій. Перетин подій. Несумісність подій. Протилежна подія. Різниця подій.

Властивості ймовірності. Формула додавання ймовірностей. Формула множення ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формула Бейеса (формула ймовірностей гіпотез). Допоміжні формули та визначення.

Рекомендована література: [1, 4, 2]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на геометричну ймовірність, ймовірність виявлення об'єкта пошуку системою неперервних паралельних профілів, ймовірність виявлення об'єкта регулярною мережею точкових спостережень. Розв'язання прикладів на властивості ймовірності, формулу додавання ймовірностей, формулу множення ймовірностей, Формулу повної ймовірності, формулу Бейеса.

Рекомендована література: [4]**Завдання для самостійної роботи (4 год.).**

Відповісти на запитання:

1. Точку кидають у квадрат. Чому дорівнює ймовірність її потрапляння у коло, що вписане у квадрат?
2. Профіль точкових спостережень з кроком по профілю 200 м перетинає геологічну межу у точці С. Яка ймовірність того, що точка С буде від найближчого пункту спостережень профілю не далі, ніж у 20 м?
3. Стержень довжиною l ламається у довільній точці. Яка ймовірність того, що менший з уламків буде більший, ніж $l/5$?
4. Автобус курсує з інтервалом 10 хвилин. Знайти ймовірність того, що час очікування його на зупинці становитиме не більше 6 хв.
5. Для яких подій правильна рівність: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$?
6. Що вірно: $AB \subset A$ чи $AB \supset A$?
7. $P(A)=0,5$, $P(B)=0,4$. Події А та В – незалежні. Чому дорівнює $P(A/B)$? $P(B/A)$? $P(AB)$?
8. $P(A)=0,2$, $P(B)=0,4$. Чому дорівнює $P(A/B)$, якщо А та В – незалежні?
9. Події А і В незалежні й можуть відбутися кожна з ймовірністю 0,6. З якою ймовірністю відбудеться AB ? \overline{AB} ?
10. Чи може ймовірність дорівнювати $\frac{\pi}{3}$? $\ln 3$? $\ln \frac{\pi}{4}$?
11. Подія А – породи щільні, В – магнітні. Що тоді означає AB ? $A \cup B$? A/B ?
12. А та В – випадкові події. Що належить: АВ до А, АВ до В, А до АВ?
13. Чи слушні твердження:
- будь-які несумісні події А та В незалежні;
- події А та \overline{A} незалежні;
- події А та \overline{A} утворюють повну групу?
14. Подія А – ґрунти порові, В – вологі. Що тоді $A \overline{B}$? $\overline{A} \overline{B}$? $\overline{B/A}$? $\overline{A} \cup \overline{B}$? $A \setminus B$?
15. А та В – випадкові події. Що входить: АВ до $A \cup B$ чи $A \cup B$ до АВ?
16. $P(A)=0,2$, $P(B)=0,4$. Чому дорівнює $P(AB)$, якщо А та В несумісні? Чому дорівнює $P(A \cup B)$, якщо А та В несумісні?
17. $P(A_1)=p_1$, $P(A_2)=p_2$. A_1 і A_2 – незалежні. Чому дорівнює $P(A_1 A_2)$? $P(A_1 \overline{A_2})$? $P(\overline{A_1} A_1)$? $(A_1 \overline{A_1})$? $P(\overline{A_1} \overline{A_2})$; $P(\overline{A_1} A_1)$?
18. Події А та В несумісні, причому $P(A) \neq 0$ і $P(B) \neq 0$. Чи залежні А та В?
19. $P(AB)=0,5$, $P(B)=0,8$. Чому дорівнює $P(A/B)$?
20. Розв'язати п'ять задач на геометричну ймовірність та на властивості ймовірності з підрозділів 1.2 та 1.3 підручника [4].

Рекомендована література: [4].**ТЕМА 2****Випадкові величини. Розподіл та числові характеристики випадкових величин**

Лекція 3. Випадкові величини. Розподіл дискретної випадкової величини. Функція розподілу та щільність розподілу. Незалежність випадкових величин. Числові характеристики випадкових величин: квантиль, двосторонні границі для значень випадкової величини, медіана (середнє значення), математичне сподівання. Інтерпретація математичного сподівання, пов'язана з оцінкою запасів. Властивості математичного сподівання. Мода. Дисперсія. Властивості дисперсії. Середній квадратичний відхил.

Рекомендована література: [1,4]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на обчислення числових характеристик випадкових величин, та на їхні властивості.

Завдання для самостійної роботи (3 год.).

Відповісти на запитання:

1. Наведіть приклади неперервних та дискретних випадкових величин з характеристик: а) будови та речовинного складу земної кори; б) життєдіяльності людини; в) забруднення середовища.

2. Величина ξ має розподіл:

ξ :	0	1	2
	0,2	0,7	0,1

Чому дорівнює $M\xi$? Мода величини ξ ? Мода величини ξ^3 ?

3. $D\xi=6$, $D\eta=8$, причому ξ і η - незалежні. Чому дорівнює $D(\xi-\eta)$? $\sigma_{\xi-\eta}$?

4. $F(x)$ – функція розподілу випадкової величини ξ , $Z_{0,9}$ – квантиль її розподілу порядку 0,9. Чому дорівнює

$F(Z_{0,9})$? $P\{\xi \geq Z_{0,9}\}$?

5. $D\xi=2$. Чому дорівнює $\sigma_{2\xi-4}$?

6. $\sigma_{\xi}=2$. Чому дорівнює значення $D(2\xi+1)$?

7. Чи правильна рівність: $M\xi^2=(M\xi)^2$?

8. Випадкові величини ξ та η незалежні, причому $P(\xi < 2)=0,4$. $P(\eta < 4)=0,8$. Чому дорівнює ймовірність $P\{\xi < 2, \eta < 4\}$? $P\{\xi < 2, \eta \geq 4\}$?

9. Чому дорівнює $P\{\xi > M_{\xi}\}$? $M\left[\frac{\xi - M\xi}{\sigma_{\xi}}\right]$? $D\left[\frac{\xi - M\xi}{\sigma_{\xi}}\right]$?

10. $M\xi^2=10$, $M\xi=3$. Чому дорівнює σ_{ξ} ? V_{ξ} ?

11. $D\xi=100$, $M\xi=10$. Чому дорівнює коефіцієнт варіації величини ξ ?

12. $M\xi=50$, $V_{\xi}=0,2$. Чому дорівнює $D\xi$?

13. Чому дорівнює $MM\xi - M\xi^2$? $D(M\xi)$? $M(D\xi)$?

14. $M\xi=a$. Чому дорівнює $M(2\xi+a)$?

15. Для яких величин – залежних чи незалежних справедлива рівність: $M(\xi+\eta)=M\xi+M\eta$? $D(\xi+\eta)=D\xi+D\eta$?

16. Випадкова величина Δ не залежить від ξ і має нульове середнє. Чому дорівнює $M(\xi\Delta)$?

17. $M\xi=2$, $M\eta=4$. Чому дорівнює $M(2\xi-\eta)$?

18. Чому дорівнює $D\xi - M\xi^2 + (M\xi)^2$?

19. $D\xi=9$, $M\xi=9$. Чому дорівнює $M\xi^2$?

20. Чому дорівнює $M\xi^2 - V_{\xi}^2(M\xi)^2 - (M\xi)^2$?

21. $M(\xi - M\xi)^4=32$, $D\xi=4$. Чому дорівнює ексцес випадкової величини ξ ?

22. Асиметрія розподілу величини ξ дорівнює 1; $D\xi=4$. Чому дорівнює $M(\xi - M\xi)^3$?

23. Величина ξ має розподіл:

ξ :	0	2
	0,5	0,5

Чому дорівнює $M\xi^2$? $D\xi$?

24. Розв'язати п'ять задач на випадкові величини та їх числові характеристики з підрозділу 2.1 підручника [4].

Рекомендована література: [1,4]

Лекція 4. Коефіцієнт варіації та його властивості. Асиметрія (коефіцієнт асиметрії), ексцес (коефіцієнт ексцесу). Початковий момент k -го порядку. Центральний момент k -го порядку. Адитивна модель результату виміру показника.

Гіпергеометричний розподіл. Застосування в статистичному контролі якості. Схема Бернуллі. Узагальнена схема Бернуллі. Геометричний розподіл. Приклади застосувань в практиці обробки геологічних даних.

Рекомендована література: [1,4]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на гіпергеометричний розподіл, схему Бернуллі, геометричний розподіл.

Завдання для самостійної роботи (4 год.).

Відповісти на запитання:

1. Укажіть застосування гіпергеометричного розподілу.
2. Як здійснюється статистичний контроль якості?
3. Опишіть розподіл випробувань до першого успіху.
4. Чим відрізняється схема Бернуллі від узагальненої схеми Бернуллі?
5. Розв'язати п'ять задач на випадкові величини та їх числові характеристики з підрозділів 2.2 - 2.3 підручника [4].

Рекомендована література: [4]

Лекція 5. Закон Пуассона. Апроксимація біноміального розподілу законом Пуассона Пуассонівський потік подій. Стационарність, відсутність післядії, ординарність потоку. Застосування закону Пуассона для опису розподілів кількості радіоактивних розпадів, космічних частинок, розрядок підземних напруг, аномалій природних явищ, аварій у виробничому процесі. Користування таблицями розподілу Пуассона. Приклади застосування.

Рівномірний розподіл. Функція рівномірного розподілу. Щільність розподілу. Математичне сподівання та дисперсія рівномірного розподілу. Квантилі. Приклади застосування.

Рекомендована література: [1, 4]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на тему закону Пуассона, рівномірного розподілу.

Завдання для самостійної роботи (2 год.).

Відповісти на запитання:

1. Що таке випадковий потік? Пуассонівський випадковий потік?
2. Укажіть застосування розподілу Пуассона.
3. Параметр λ_{10} розподілу кількості радіоактивних розпадів за 5 хв. становить 10. Чому дорівнює параметр λ_8 розподілу кількості розпадів за 8 хв.? Чому дорівнює с.к.в. кількості розпадів, що фіксуються за 8 хв.?
4. На земній кулі народжується в середньому 5 людей за 2 хв. За яким законом розподілена кількість народжуваних за 1 хв.? З яким параметром?

5. У скільки разів потрібно збільшити час експозиції при вимірюванні загальної радіоактивності порід для того, щоб коефіцієнт варіації результату виміру зменшився в K разів?

6. Величина ξ розподілена рівномірно на інтервалі $[1,3]$. Чому дорівнює ймовірність $P\{\xi < 2,8\}$? $M\xi$? σ_ξ ?

7. Середня тривалість очікування автобуса на зупинці – 3,5 хв. З яким інтервалом курсують автобуси?

8. У пункті спостережень за багаторічними даними реєструвалась у середньому одна інтенсивна розрядка підземних напруг за 5 років. Як розподіляється кількість розрядок за 2 роки? За T років?

9. Рзв'язати п'ять задач на закон Пуассона та рівномірний розподіл з підрозділів 2.4 - 2.4 підручника [4].

Рекомендована література: [4]

Лекція 6. Нормальний розподіл. Центральна гранична теорема. Властивості нормального розподілу. Формули для розрахунків, пов'язаних з нормальним законом розподілу. Приклади застосування. Таблиця значень функції (0;1)-нормального розподілу та квантилів.

Апроксимація біноміального розподілу нормальним. Формула Муавра-Лапласа. Приклади застосування.

Розподіл Пірсона, Стьюдента, Фішера. Числові характеристики. Застосування.

Рекомендована література: [1, 4]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на нормальний розподіл, властивості нормального розподілу, формулу Муавра-Лапласа.

Завдання для самостійної роботи (2 год.).

Відповісти на запитання:

1. З якою ймовірністю нормально розподілена величина ξ може перевищити значення $M\xi + 3\sigma_\xi$?

2. Середнє значення нормально розподіленої величини дорівнює нулю, а дисперсія 0,25. Запишіть функцію розподілу цієї величини через функцію $\Phi(x)$.

3. Середнє значення нормально розподіленої величини ξ дорівнює 10. Чому дорівнює мода? Медіана? Чому дорівнюють асиметрія та ексцес величини $2\xi + 3$?

4. Випадкова величина ξ розподілена нормально, причому її середнє значення дорівнює 10, а с.к.в. - 5. Запишіть щільність розподілу цієї величини.

5. $M\xi = 10$, $\sigma_\xi = 4$, причому ξ нормально розподілена. Чому дорівнює ймовірність $P\{\xi < 6\}$? $P\{6 \leq \xi < 14\}$?

6. Випадкова величина ξ розподілена нормально, причому її середнє значення дорівнює m . Чому дорівнює ймовірність $P\{\xi < m\}$?

7. Випадкова величина ξ розподілена нормально, причому $M\xi = 2\sigma_\xi$. Чому дорівнює ймовірність $P\{\xi > 3\sigma_\xi\}$?

8. Випадкова величина ξ розподілена нормально, $a = M\xi - 3\sigma_\xi$, $b = M\xi + 3\sigma_\xi$. Чому дорівнює ймовірність $P\{a \leq \xi < b\}$?

9. 1) $U_{0,95} = 1,645$. Чому дорівнює $U_{0,05}$? 2) Чому дорівнює $\Phi(U_{0,99})$? $\Phi(-U_{0,99})$?

10. Випадкова величина ξ розподілена нормально, причому $M\xi = 10$, $D\xi = 4$. Вкажіть двосторонні границі, що містять значення ξ з ймовірністю 0,95.

11. Випадкова величина ξ розподілена нормально, причому $\sigma_{\xi}=2$. Чому дорівнює $M(\xi - M\xi)^3$? $M(\xi - M\xi)^4$?

12. Показники ξ_1 і ξ_2 разом нормально розподілені. Вказати перетворення, що будуть також розподілені нормально:

1) $\xi_1 + \xi_2$; 2) $\xi_1^2 + \xi_2^2$; 3) $2\xi_1 - \xi_2$; 4) $\xi_1 \xi_2$; 5) $10 - \xi_1 - \xi_2$; 6) $|\xi_1 - \xi_2|$.

13. В результаті випробування однотипних порід ділянки встановлено, що вміст SiO_2 у цих породах розподілений нормально з математичним сподіванням 65% ваги та середнім квадратичним відхилом 2% ваги. Визначити площу (% до площі поширення опробуваних порід), на якій вміст SiO_2 перебуває в межах від 61% до 69%.

14. Розв'язати п'ять задач нормальний закон розподілу з підрозділу 2.6 підручника [4].

Рекомендована література: [4]

Лекція 7. Логнормальний розподіл. Щільність логнормального розподілу. Формули для розрахунків, пов'язаних з логнормальним розподілом. Мода, математичне сподівання, медіана, коефіцієнт варіації, двосторонні границі, квантилі логнормального розподілу. Властивості логнормального розподілу. Розподіл добутку, відношення степенів логнормальних величин. Застосування логнормального розподілу в обробці геологічних даних. Приклади застосування в геохімічних методах пошуків корисних копалин, петрофізиці, обробці геофізичних свердловинних вимірювань.

Рекомендована література: [1, 4]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на логнормальний розподіл та властивості логнормального розподілу.

Завдання для самостійної роботи (2 год.).

Відповісти на запитання:

1. Який знак мають асиметрія та ексцес логнормальної величини?
2. Випадкова величина ξ розподілена нормально. Чому дорівнює асиметрія та ексцес величини $\lg(2\xi)$?
3. Показник ξ розподілений логнормально, причому $D \ln \xi = 0,5 \ln 1,21$. Чому дорівнює його коефіцієнт варіації?
4. Величини ξ_1 і ξ_2 розподілені нормально та незалежно. Вкажіть перетворення, що розподілені також логнормально: 1) $\xi_1 \xi_2$; 2) $\xi_1 + \xi_2$; 3) ξ_1 / ξ_2 ; 4) $\sqrt{\xi_1 \xi_2}$; 5) $\sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}$.
5. Вміст ξ компонента розділений логнормально, причому $M \ln \xi = -1$, $D \ln \xi = 0,25$. Чому дорівнює ймовірність $P\{\xi < e^{-1}\}$ (e – основа натурального логарифму)?
6. Чому дорівнює мода логнормальної величини ξ , якщо $M \lg \xi = 0$, $D \lg \xi = 1$?
7. Укажіть застосування логнормального розподілу в обробці геологічних даних.
8. За даними спектрального аналізу проб, що відібрані на масиві гранітів, встановлено, що вміст ξ металу (виражений у % маси) розподілений логнормально, причому середнє значення величини $\ln \xi$ дорівнює -2 , а с.к.в. $\ln \xi$ - $+0,6$. Обчислити найімовірніший вміст металу.
9. Розв'язати п'ять задач на логнормальний розподіл та його властивості з підрозділу 2.6 підручника [4].

Рекомендована література: [4]

ТЕМА 3

Багатовимірні випадкові величини. Кореляція

Лекція 8. Багатовимірні випадкові величини. Операції над багатовимірними випадковими величинами Функція та щільність багатовимірного розподілу. Числові характеристики багатовимірних розподілів: математичне сподівання, коваріаційна матриця, кореляційна матриця. Властивості математичного сподівання, коваріаційної та кореляційної матриць.

Багатовимірний нормальний розподіл. Щільність m -вимірного нормального розподілу.

Парна кореляція. регресійна модель функція регресії кореляційний аналіз Типові задачі кореляційного аналізу. Коефіцієнт кореляції. Властивості коефіцієнту кореляції. Інтерпретація коефіцієнта кореляції. Дисперсія суми та різниці корельованих величин Рівняння парного лінійного статистичного зв'язку. Непрямі виміри у разі парної кореляції. Похибка непрямого вимірювання у разі парної кореляції.

Рекомендована література: [1, 4, 6]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на властивості коефіцієнта кореляції, рівняння парного лінійного статистичного зв'язку. Виконання непрямих вимірів за допомогою рівняння парного лінійного кореляційного зв'язку.

Завдання для самостійної роботи (2 год.).

Відповісти на запитання:

1. Яких розмірів кореляційна матриця величини $\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$?
2. Який вигляд має кореляційна матриця двовимірної величини $\{\xi_1, \xi_2\}'$, яка має незалежні компоненти?
3. Модуль стиснення ξ та пористість η ґрунтів розподілені так, що $P\{\xi < 200\} = 0,3$, $P\{\eta < 10\} = 0,4$, $P\{\xi < 200, \eta < 10\} = 0,1$. Чи узгоджуються ці дані з припущенням про незалежність розподілів ξ та η ?
4. Чи може коефіцієнт кореляції дорівнювати $-1,2$? $\pi/4$?
5. Чи можуть величини ξ та η бути залежними, якщо коефіцієнт кореляції між ними дорівнює нулю?
6. Величини ξ та η незалежні; r - коефіцієнт кореляції між ними. Що вірно: 1) $r > 0$; 2) $r < 0$; 3) $r = 0$?
7. Коефіцієнт кореляції величин ξ та η дорівнює $0,5$; $D\xi = 16$, $D\eta = 100$. Яка коваріація цих величин?
8. В якому разі зв'язок між величинами ξ та η тісніший: коли коефіцієнт кореляції між ними дорівнює: 1) $-0,8$ чи $0,6$? 2) $-0,8$ чи $0,8$?
9. Чому дорівнює коефіцієнт кореляції між ξ та ξ^2 ? Між ξ та 2ξ ? Між ξ та $2-\xi$?
10. Чому дорівнює коефіцієнт кореляції між випадковими величинами: 1) ξ та $2-3\xi$; 2) ξ і $0,5\xi$?
11. Коефіцієнт кореляції між величинами ξ та η дорівнює r . Визначити коефіцієнт кореляції між величинами: 1) ξ і $1-\eta$; 2) ξ і $0,5\eta$;
12. Яка похибка непрямого виміру величини η по ξ , якщо коефіцієнт кореляції між η та ξ дорівнює -1 ?
13. Рівняння зв'язку між величинами ξ та η має вигляд $\eta = a\xi + b + \theta$. Чому дорівнює a , якщо $r = 0,8$, $\sigma_\xi = \sigma_\eta$?
14. В якому разі $D(\xi + \eta)$ більше: якщо $r = -0,5$, $r = 0$ чи $r = 0,5$?
15. Розв'язати п'ять задач на парну кореляцію з підрозділу 3.2 підручника [4].

Рекомендована література: [4]

Лекція 9. Множинна кореляція. Множинний кореляційний аналіз. Множинний коефіцієнт кореляції, його властивості. Рівняння множинного лінійного статистичного зв'язку. Властивості коефіцієнтів лінійної регресії. Непрямі виміри у разі множинної кореляції. Допоміжні характеристики участі компонент у множинному кореляційному зв'язку. Обчислювальні формули у разі множинної кореляції з двома компонентами. Обчислювальні формули для коефіцієнтів множинної кореляції з трьома компонентами. Приклади застосувань множинного кореляційного аналізу в обробці геологічних даних.

Часткова кореляція. Частковий коефіцієнт кореляції.

Рекомендована література: [1, 4, 14]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на множинну кореляцію, властивості множинного коефіцієнта кореляції, рівняння множинного лінійного статистичного зв'язку.

Завдання для самостійної роботи (2 год.).

Відповісти на запитання:

1. Множинний коефіцієнт кореляції між η і ξ_1 , ξ_2 дорівнює нулю. Чому дорівнює коефіцієнт парної кореляції між η і ξ_1 ? Між η та ξ_2 ?
2. Чи може множинний коефіцієнт дорівнювати $-0,5$? $\pi/3$?
3. Чому дорівнює похибка прогнозування величини η по ξ_1 і ξ_2 , якщо коефіцієнт множинної кореляції між ними дорівнює 1?
4. Коефіцієнти кореляції між η і ξ_1 , η і ξ_2 дорівнюють нулю. Чому дорівнює множинний коефіцієнт кореляції між η і ξ_1 , ξ_2 ?
5. С.к.в. показника η дорівнює 10; множинний коефіцієнт кореляції між η і ξ_1 , ξ_2 дорівнює R . Чому дорівнює похибка непрямого виміру η по ξ_1 і ξ_2 при довірчій імовірності 0,95, якщо:
 - 1) $R=0$; 2) $R=0,6$; 3) $R=1$?
6. Визначити множинний коефіцієнт кореляції між $\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_k$ і ξ_1 , ξ_2 , ..., ξ_k .
7. Показники ξ_1 , ξ_2 , ..., ξ_k виражені у процентному відношенні до суми їх значень, тому $\sum_{i=1}^k \xi_i = 100\%$. Визначити множинний коефіцієнт кореляції R_{k-1} між ξ_1 та ξ_2 , ξ_3 , ..., ξ_k .
8. Розв'язати п'ять задач на множинну кореляцію з підрозділу 3.3 підручника [4].

Рекомендована література: [4].

Контрольні завдання до модульної контрольної роботи 1.

1. Задачі на тему класичного визначення ймовірності з підрозділу 1.1 підручника [4].
2. Задачі на геометричну ймовірність та на властивості ймовірності з підрозділів 1.2 та 1.3 підручника [4].
3. Задачі на випадкові величини та їх числові характеристики з підрозділу 2.1 підручника [4].
4. Задачі на випадкові величини та їх числові характеристики з підрозділів 2.2 - 2.3 підручника [4].
5. Задачі на закон Пуассона та рівномірний розподіл з підрозділів 2.4 - 2.4 підручника [4].
6. Задачі нормальний закон розподілу з підрозділів 2.6 підручника [4].
7. Задачі на логнормальний розподіл та його властивості з підрозділу 2.6 підручника [4].
8. Задачі на тему парної кореляції з підрозділу 3.2 підручника [4].
9. Задачі на тему множинної кореляції з підрозділу 3.3 підручника [4].

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2

Методи визначення оцінок. Точність розрахункового параметра. Метод найменших квадратів. Методи перевірки статистичних гіпотез.

ТЕМА 4

Статистичні оцінки

Лекція 10. Спостереження. Вибірка. Репрезентативність. Незалежність спостережень. Обсяг вибірки. Оцінки. Точність оцінки. Довірчий інтервал. Інтервальна оцінка. Властивості оцінок: незміщеність, спроможність, асимптотична нормальність, ефективність. Методи знаходження оцінок. Метод середніх значень. Середньозважені оцінки. Метод моментів. Метод максимуму правдоподібності. Функція правдоподібності.

Таблиця оцінок основних числових характеристик розподілів моментів. Метод максимуму правдоподібності.

Приклади застосувань методів знаходження оцінок в обробці геологічних даних.

Рекомендована література: [1, 4, 16]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на тему знаходження оцінок та властивостей оцінок.

Завдання для самостійної роботи (3 год.).

Відповісти на запитання:

1. x_1, x_2, \dots, x_n – незалежні спостереження величини ξ $\mathbf{M} \ln \xi = a$. Чому дорівнює $\mathbf{M} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i - a \right)$?
2. Оцінка \check{a} асимптотично нормальна, причому $D\check{a} = 16$. Визначити (наближено) її абсолютну похибку при довірчій імовірності 0,95.
3. Оцінка \check{a} асимптотично нормальна, причому $\check{a} = 100$, $\sigma_a = 15$. Визначити (наближено) її відносну похибку при довірчій імовірності 0,95.
4. Дисперсія оцінки $D\check{a} = 4$. Значення оцінки $\check{a} = 20$, причому вона незміщена і асимптотично нормальна. Вказати наближені довірчі границі для a при довірчій імовірності 0,95.
5. Чи існує незміщена оцінка, що має при даному обсягу вибірки меншу дисперсію, ніж ефективна оцінка?
6. \check{a}_1 та \check{a}_2 – максимально правдоподібні оцінки параметрів a_1 та a_2 . Які властивості повинна мати функція $f(x_1, x_2)$, щоб величина $\check{b} = f(\check{a}_1, \check{a}_2)$ була максимально правдоподібною оцінкою параметра $b = f(a_1, a_2)$?
7. Чи спроможна оцінка $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$ математичного сподівання в.в. ξ , якщо $D\xi < \infty$?
8. Визначити оцінки 3-го та 4-го центральних моментів розподілу величини ξ за її незалежними спостереженнями x_1, x_2, \dots, x_n .
9. Визначити оцінки асиметрії та ексцесу розподілу величини ξ за її незалежними спостереженнями x_1, x_2, \dots, x_n .
10. $\check{\mu}$ і $\check{\delta}^2$ – максимально правдоподібні оцінки параметрів μ і δ^2 . Чи будуть максимально правдоподібними оцінки: $\check{M}_e = \exp(\check{\mu})$? $\check{M}_o = \exp(\check{\mu} - \check{\delta}^2)$?
11. Дисперсія оцінки \check{p} імовірності p події має вигляд $D\check{p} = \frac{p(1-p)}{n}$, де n – кількість спостережень. Чи спроможна оцінка \check{p} ?

12. У результаті чотирьох випробувань величина ξ набула значень: 12, 18, 16, 14. Чому дорівнює оцінка $M\xi$?

13. Із 100 незалежних спостережень у 50 виявлена ознака A . Чому дорівнюють довірчі границі для ймовірності зустрічі цієї ознаки, якщо довірна ймовірність дорівнює 0,95?

14. Довірчі границі для коефіцієнта кореляції r мають вигляд

$$\tilde{r} = \mp U \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}.$$

При яких умовах можливо застосовувати цю формулу? Чому дорівнює значення U , якщо довірна ймовірність дорівнює 0,95?

15. Розв'язати п'ять задач на тему знаходження оцінок та властивостей оцінок з підрозділів 4.1 – 4.2 підручника [4].

Рекомендована література: [4].

Лекція 11. Параметричний метод оцінки функції розподілу та щільності розподілу. Непараметричний метод оцінки функції та щільності розподілу. Вибіркова щільність розподілу Формула Стерджесса. Гістограма. Вибіркова функція розподілу (функція накопичених частот). Оцінки параметрів за згрупованими даними. Непараметричні оцінки моди та медіани. Оцінки за згрупованими даними. Поправка Шеппарда.

Приклади застосувань методів оцінки функції та щільності розподілу в обробці геологічних даних.

Рекомендована література: [1, 4, 18, 12]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на тему побудови оцінок щільності та функції розподілу, визначення оцінок за згрупованими даними.

Завдання для самостійної роботи (3 год.).

Відповісти на запитання:

1. До інтервалу значень щільності порід 2,5–2,6 ($г/см^3$) потрапило 20 із 50 спостережень. Чому дорівнює значення гістограми на цьому інтервалі?

2. Оцінки середнього значення та с.к.в. нормально розподіленого показника становлять відповідно, 10 та 2. Записати параметричну оцінку щільності та функції розподілу.

3. Розрахувати кількість інтервалів гістограми за формулою Стерджесса, якщо обсяг вибірки становить 60.

4. Як визначаються непраметричні оцінки медіани та моди?

5. Розв'язати п'ять задач на тему побудови оцінок щільності та функції розподілу, визначення оцінок за згрупованими даними з підрозділу 4.3 підручника [4].

Рекомендована література: [4]

Лекція 12. Розрахунковий параметр. Чинники необхідності непрямого визначення параметрів. Точність розрахункового параметра. Довірчий інтервал для розрахункового параметра Розрахунок абсолютної та відносної похибок. Метод логарифмування для розрахунку відносної похибки розрахункового параметра.

Приклади застосувань методу оцінки точності розрахункового параметра в обробці геологічних даних.

Рекомендована література: [1, 4]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на тему визначення точності розрахункового параметра.

Завдання для самостійної роботи (2 год.).

Відповісти на запитання:

1. Розрахунковий параметр a оцінюється у вигляді $\bar{a} = \ln \bar{x}$, де \bar{x} – результат виміру параметра x , який має коефіцієнт варіації 0,1. Чому дорівнює с.к.в. оцінки \bar{a} ?
2. Розрахунковий параметр a оцінюється у вигляді $\bar{a} = \bar{x}\bar{y}$, де \bar{x} і \bar{y} – результати вимірів параметрів x та y ; коефіцієнти варіації яких дорівнюють по $1/\sqrt{200}$. 1) Чому дорівнює коефіцієнт варіації величини \bar{a} ? 2) Яка відносна похибка \bar{a} при довірчій імовірності 0,95?
3. Розрахунковий параметр a оцінюється у вигляді $\bar{a} = 1/\bar{x}$, де \bar{x} – результат виміру параметра x . Коефіцієнт варіації величини \bar{x} дорівнює 0,1. Чому дорівнює коефіцієнт варіації оцінки \bar{a} ?
4. Розв'язати п'ять задач на тему побудови розрахунку абсолютної та відносної похибок з підрозділу 4.4 підручника [4].

Рекомендована література: [4]

Тема 5

Метод найменших квадратів

Лекція 13. Постановка задачі методу найменших квадратів. Нормальна система рівнянь у випадку рівноточних спостережень. Нормальна система рівнянь у випадку нерівноточних спостережень. Векторно-матрична форма нормальна система рівнянь. Оцінка середнього квадратичного відхилу відносно функції регресії. Кореляційне відношення. Коваріаційна матриця вектору оцінок коефіцієнтів регресії. Довірчі границі для коефіцієнту регресії. Перевірка гіпотези про рівність коефіцієнта a_j регресії нулю

Прогноз значення величини при заданих значеннях аргументів регресії. Перетворення рівняння зв'язку до вигляду, лінійного відносно параметрів функції регресії.

Оцінка інтегральних характеристик геологічних об'єктів з використанням методу найменших квадратів.

Приклади застосувань методу методу найменших квадратів в обробці геологічних даних.

Рекомендована література: [1, 4, 17, 18]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на застосування методу найменших квадратів для обробки результатів експериментів.

Завдання для самостійної роботи (3 год.).

Відповісти на запитання:

1. Назвіть характеристику ступеня відповідності спостережених даних функції регресії при використанні методу найменших квадратів.
2. Чи однакові значення виразів \overline{xy} і $\bar{x}\bar{y}$? $\overline{x^2}$ і \bar{x}^2 ? Що вони означають?

3. Регресія y на x має вигляд $y=x+a$. Чому дорівнює оцінка параметра a за n парами значень (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, n$ (спостереження рівноточні)?
4. Який загальний вигляд лінійної регресії, яка описує залежність показника від координат (x, y) на площині? Який вигляд вона буде мати насправді, якщо цієї залежності не існує?
5. Регресія y на x має вигляд $y = \sqrt[3]{ax+b}$. Яке перетворення треба застосувати для зведення її до вигляду, лінійного відносно параметрів a і b ? Запишіть суму квадратів відхилів, мінімізація якої приведе до лінійної системи рівнянь відносно оцінок \tilde{a} і \tilde{b} .
6. Назвіть характеристику ступеня відповідності спостережених даних функції регресії при використанні методу найменших квадратів.
7. Регресія y на x має вигляд $y=acos(x+\varphi)$. Зведіть її до вигляду, лінійного відносно оцінювальних параметрів, вкажіть їх вирази через a і φ .
8. Чи може кількість спостережень n при використанні методу найменших квадратів бути меншим за число незалежних параметрів функції регресії, які не підлягають оцінці? Чому?
9. При використанні регресійної моделі рівняння, яке описує залежність y від x має вигляд $y=f(x)+\theta$. Що таке θ ? Чому дорівнює $M\theta$?
10. Розв'язати п'ять задач на застосування метод найменших квадратів з підрозділу 5.1 підручника [4].

Рекомендована література: [4]

Тема .6

Перевірка статистичних гіпотез. Класифікація. Кластер-аналіз. Факторний аналіз.

Лекція 14. Гіпотеза. Нульова гіпотеза. Альтернативні (конкуруючі) гіпотези. Поняття про перевірку гіпотез. Помилки 1-го та 2-го роду. Рівень значущості критичної області. Потужність критерію. Оптимальність критерію.

Перевірка гіпотез про параметри розподілів. Критерій Аббе. Перевірка гіпотези про рівність параметра заданому значенню. Наближений U-критерій для порівняння математичного сподівання величини із заданим значенням. Критерій Стьюдента для порівняння математичного сподівання випадкової величини із заданим значенням. Наближений критерій для перевірки гіпотези про рівність коефіцієнта парної кореляції нулю. Критерій перевірки гіпотези про рівність нулю множинного коефіцієнта кореляції. Перевірка гіпотези про рівність двох параметрів між собою. Критерій Стьюдента для порівняння двох середніх значень. Критерій Фішера для порівняння дисперсій. Критерій для порівняння ймовірностей подій. Критерій порівняння розподілів. Критерій для порівняння з даним вектором середнього значення багатовимірної випадкової величини. Критерій порівняння середніх значень двох багатовимірних випадкових величин. Критерій сполучності ознак. Критерій Аббе.

Критерії згоди. Критерій згоди за методом моментів. Критерій згоди за середнім абсолютним відхилом. Критерій нормальності при альтернативі логнормального закону. Критерій згоди Пірсона.

Критерії для виділення аномальних спостережень. Критерій аномальності за квантилем фонового розподілу. "Правило 3σ ". Критерій ζ виключення спостережень нормального розподілу, що різко виділяються. Критерій крайніх членів виключення

спостережень нормального розподілу, що різко виділяються. Критерій аномальності багатовимірних спостережень.

Приклади застосувань статистичних критеріїв в обробці геологічних даних.

Рекомендована література: [1, 4, 6]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на застосування критеріїв перевірки гіпотез.

Завдання для самостійної роботи (3 год.).

Відповісти на запитання:

1. Назвіть типи задач обробки геологічних даних, які вирішуються методами перевірки гіпотез.
2. Нульова гіпотеза полягає в тому, що ділянка продуктивна і вона перевіряється за результатами комплексних досліджень. У чому полягають помилки I-го та II-го роду?
3. Імовірність помилки I-го роду при перевірці гіпотези про те, що шар непродуктивний, дорівнює 0,1, а імовірність помилки II-го роду – 0,05. Скільки у середньому шарів будуть класифікуватися правильно, якщо серед шарів, що перевіряються, 20 продуктивних і 100 непродуктивних?
4. Для перевірки якої гіпотези застосовується критерій Фішера? За яких умов його можна використовувати?
5. Для перевірки якої гіпотези застосовується критерій Стюдента? За яких умов його можна використовувати?
6. За яким законом мають розподілятися показники ξ та η , щоб гіпотезу про відсутність зв'язку можна було перевірити за оцінкою коефіцієнта парної кореляції?
7. Середнє арифметичне за спостереженнями I виборки у 1,3 рази більше, ніж у II. Чи можна вважати цю відмінність значущою при рівні значущості 0,05? Чому?
8. Як використовувати критерій Стюдента та Фішера в разі логнормального розподілу величин?
9. Для доведення того, що вага геохімічної проби не впливає на точність оцінки середнього вмісту хімічного елемента, одна й та сама ділянка опробована пробами двох різних ваг, після чого отримані виборки порівняли критерієм Стюдента. Чи правильно вибраний критерій? Який слід було застосувати?
10. Критерієм Аббе доведено присутність автокореляції спостережень у двох вибірках. Чи можна застосувати для порівняння середніх значень критерій Стюдента? Для порівняння с.к.в. – критерій Фішера? Чому?
11. Як використовувати критерій Аббе для перевірки лінійності регресії Y на X за n парами значень (y_i, x_i) , $i=1, 2, \dots, n$?
12. Для чого застосовують критерій згоди?
13. Яку гіпотезу перевіряють критерієм згоди за методом моментів?
14. У чому перевага критерію згоди Пірсона порівняно з методом моментів?
15. При використанні критерію згоди за методом моментів гіпотези нормальності та логнормальності виявились прийнятими. Чи є у цьому суперечність? Як уточнити результат при тих самих початкових даних?
16. Імовірність нормального закону при альтернативі логнормального – 0,7. Яка ймовірність логнормального закону?
17. Розв'язати п'ять задач на застосування статистичних критеріїв з підрозділу 6.1 підручника [4].

Рекомендована література: [4]

Лекція 15. Дисперсійний аналіз. Однофакторний дисперсійний аналіз. Нульова гіпотеза однофакторного дисперсійного аналізу. Умови застосування дисперсійного аналізу. Характеристика ступеню впливу фактора. Критерії Бартлетта та Кочрена. Приклади застосувань однофакторного дисперсійного аналізу в обробці геологічних даних.

Класифікація. Постановка задачі класифікації. Бейєсовський критерій класифікації, критерій відношення правдоподібності, (критерій Неймана – Пірсона). Класифікація за спостереженнями однієї величини. Ймовірності помилок класифікації. Класифікація за кількома незалежними показниками. Обмеженість методів параметричної класифікації в обробці геологічних даних. Класифікація за евклідовою відстанню.

Приклади застосувань класифікації в обробці геологічних даних.

Рекомендована література: [1, 4]].

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на застосування однофакторного дисперсійного аналізу, виконання класифікації.

Завдання для самостійної роботи (2 год.).

Відповісти на запитання:

1. Яка гіпотеза перевіряється при однофакторному дисперсійному аналізі? За яких умов він застосовується?

2. Яка гіпотеза перевіряється критерієм Бартлетта? Критерієм Кочрена? За яких умов вони застосовуються?

3. Як використати метод дисперсійного аналізу для перевірки впливу фактора, якщо спостереження при фіксованому стані фактора розподіляються логнормально?

4. Про що свідчить рівність 1 кореляційного відношення ρ величині, що спостерігається, відносно фактора?

5. Опишіть правило класифікації на два класи Q_1 і Q_2 , коли імовірність помилкового віднесення об'єкта до класу Q_2 дорівнює нулю.

6. Під час розв'язання задачі класифікації $P\{\bar{y} \in Q_1\} = 0,1$, $P\{\bar{y} \in Q_2\} = 0,85$, $P\{\bar{y} \in Q_3\} = 0,05$. Класифікуйте \bar{y} та вкажіть імовірність помилки.

7. Чому дорівнює евклідова відстань між двома об'єктами, якщо значення показників, які характеризують ці об'єкти, збігаються?

8. Чому дорівнюють імовірності α_{12} і α_{21} помилок класифікації на класи Q_1 і Q_2 , якщо незалежно від значень показників, які характеризують об'єкт, його завжди відносять: 1) до Q_1 ; 2) до Q_2 ?

9. Яким чином співвідносяться значення кількісних характеристик двох об'єктів, якщо евклідова відстань між ними за цими характеристиками дорівнює нулю?

10. Характеристика K_{12} відміни розподілів показника ξ у класах Q_1 і Q_2 дорівнює 1. Які ймовірності помилок бейєсівської класифікації за цим показником?

11. $p_1(x)$ і $p_2(x)$ – щільність розподілу характеристики ξ у класах об'єктів Q_1 і Q_2 , y – її значення для об'єкта g . До якого класу та з якою ймовірністю слід віднести об'єкт g , якщо:
1) $p_1(y) = 2p_2(y)$; 2) $p_1(y) = 0,5p_2(y)$?

12. Проводиться класифікація шарів за промислово-геофізичними даними на колектори (клас Q_1) і неколектори (Q_2). Ймовірності помилок – $\alpha_{12} = 0,1$, $\alpha_{21} = 0,08$. Скільки шарів у середньому буде класифіковано правильно: із 100 колекторів? Із 100 неколекторів?

13. Розв'язати п'ять задач на застосування дисперсійного аналізу та класифікації з підрозділів 6.4 - 6.5 підручника [4].

Рекомендована література: [4]

Тема 7

Фільтрація випадкових функцій. Спектральні відображення випадкових функцій

Лекція 16. Кластер-аналіз. Факторний аналіз Випадкові функції. Поняття про лінійний фільтр. Лінійний фільтр у випадку детермінованого сигналу. Фільтрація детермінованого сигналу за максимумом відношення сигнал/перешкода. Оптимальні вагові коефіцієнти фільтра. Оптимальний фільтр у разі некорельованої перешкоди. Фільтрація за спостереженнями k різних величин ($k > 1$). Критерій для виділення сигналів. Імовірності помилок I та II роду. Лінійний фільтр по неперервній реалізації.

Фільтрація випадкового сигналу. Прогноз випадкової функції. Фільтр максимуму відношення сигнал/завада.

Спектральне відображення випадкової функції. Варіограма. Поняття про оцінку запасів руд методом крейгінга. Формула Кріге (Крейга). Оптимізація оцінювання методом крейгінга. Ізотропні моделі варіограм.

Рекомендована література: [1, 4, 10, 19, 11, 21]

Практичне заняття (1 год). Розв'язання прикладів на побудову дендрограм геологічних об'єктів за комплексом ознак, побудову найпростіших фільтрів рядів спостережень.

Завдання для самостійної роботи (3 год.).

1. Відповісти на запитання:
2. Для вирішення яких задач застосовуються Q-тип та R-тип кластер-аналізу?
3. Які обчислювальні процедури входять у факторний аналіз.
4. Що являють собою головні компоненти?
5. $r(x)$ – кореляційна функція випадкової завади; $r(0)=100$, $r(\Delta)=50$. Чому дорівнює с.к.в. завади? Чому дорівнює коефіцієнт автокореляції завади на відстані Δ ?
6. Кореляційна функція стаціонарної випадкової функції $\xi(x)$ має вигляд $r(\tau)=ce^{-\lambda\tau}$. Визначити дисперсію та нормовану кореляційну функцію.
7. Розв'язати п'ять задач на застосування кластер-аналізу, факторного аналізу та побудову лінійного фільтру у випадку детермінованого сигналу з підрозділу 7.1 - 7.2 підручника [4].

Рекомендована література: []

Лекція 17. Статистичні розрахунки у MS Excel. Обчислення статистичних оцінок та довірчих границь за данми таблиць MS Excel. Використання статистичних функцій MS Excel. Відображення результатів статистичного аналізу на діаграмах. Статистичний аналіз у Mathad. Обчислення статистичних оцінок та довірчих границь у середовищі Mathad. Використання даних таблиць MS Excel у середовищі Mathad. Графічне відображення результатів статистичного аналізу у середовищі Mathad. Пакет статистичного аналізу „Статистика”.

Рекомендована література: [1, 4, 22-25]

Практичне заняття (1 год). Виконання статистичних розрахунків у MS Excel, MathCad, середовищі „Статистика”.

Завдання для самостійної роботи (2 год.).

Виконати завдання: обчислення оцінок середніх значень, дисперсії, середнього квадратичного відхилення, коефіцієнтів кореляції, коефіцієнтів регресії у MS Excel, MathCad. Побудувати фільтр упорядкованих даних. Застосувати, метод найменших квадратів у MS Excel, MathCad, середовищі „Статистика”.

Рекомендована література: [4, 22-25].

Контрольні питання та завдання до модульної контрольної роботи 2.

1. Задачі на тему знаходження оцінок та властивостей оцінок з підрозділів 4.1 – 4.2 підручника [4].
2. Задачі на тему побудови оцінок щільності та функції розподілу, визначення оцінок за згрупованими даними з підрозділу 4.3 підручника [4].
3. Задачі на тему розрахунку абсолютної та відносної похибок з підрозділу 4.4 підручника [4].
4. Задачі на застосування методу найменших квадратів з підрозділу 5.1 підручника [4].
5. Задачі на застосування статистичних критеріїв з підрозділу 6.1 підручника [4].
6. Задачі на застосування статистичних критеріїв з підрозділу 6.2 - 6.3 підручника [4].
7. Задачі на застосування дисперсійного аналізу та класифікації з підрозділів 6.4 - 6.5 підручника [4].
8. Задачі на застосування кластер-аналізу, факторного аналізу та побудову лінійного фільтру у випадку детермінованого сигналу з підрозділу 7.1 - 7.2 підручника [4].
9. Обчислення оцінок, побудова фільтру упорядкованих даних, кореляційний аналіз, метод найменших квадратів у MS Excel, MathCad, середовищі „Статистика”.

Контрольні питання до заліку.

1. Задачі на тему класичного визначення ймовірності з підрозділу 1.1 підручника [4].
2. Задачі на геометричну ймовірність та на властивості ймовірності з підрозділів 1.2 та 1.3 підручника [4].
3. Задачі на випадкові величини та їх числові характеристики з підрозділу 2.1 підручника [4].
4. Задачі на випадкові величини та їх числові характеристики з підрозділів 2.2 - 2.3 підручника [4].
5. Задачі на закон Пуассона та рівномірний розподіл з підрозділів 2.4 - 2.4 підручника [4].
6. Задачі на нормальний закон розподілу з підрозділів 2.6 підручника [4].
7. Задачі на логнормальний розподіл та його властивості з підрозділу 2.6 підручника [4].
8. Задачі на парну кореляцію з підрозділу 3.2 підручника [4].
9. Задачі на множинну кореляцію з підрозділу 3.3 підручника [4].
10. Задачі на тему знаходження оцінок та властивостей оцінок з підрозділів 4.1 – 4.2 підручника [4].
11. Задачі на тему побудови оцінок щільності та функції розподілу, визначення оцінок за згрупованими даними з підрозділу 4.3 підручника [4].
12. Задачі на тему розрахунку абсолютної та відносної похибок з підрозділу 4.4 підручника [4].

13. Задачі на застосування методу найменших квадратів з підрозділу 5.1 підручника [4].
14. Задачі на застосування статистичних критеріїв з підрозділу 6.1 підручника [4].
15. Задачі на застосування статистичних критеріїв з підрозділу 6.2 - 6.3 підручника [4].
16. Задачі на застосування дисперсійного аналізу та класифікації з підрозділів 6.4 - 6.5 підручника [4].
17. Задачі на застосування кластер-аналізу, факторного аналізу та побудову лінійного фільтру у випадку детермінованого сигналу з підрозділу 7.1 - 7.2 підручника [4].
18. Обчислення оцінок, побудова фільтру упорядкованих даних, кореляційний аналіз, метод найменших квадратів у MS Excel, MathCad, середовищі „Статистика”.

Рекомендована література до курсу

Основна:

1. Жуков М.Н. Статистичний аналіз геологічних даних. Київ. - 1995. - 551 с.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей математической статистике.
3. Девис Дж. Статистика й анализ геологических данных. - М.; Мир, 1977.- 571 с.
4. Жуков Н.Н. Вероятностно-статистические методы анализа геолого-геофизической информации. - К.: Вища шк., 1975. - 304 с.

Додаткова

5. Айвазян С.А., Бежаева З.И., Староверов О.В. Классификация многомерных наблюдений. – М.: Статистика, 1973.
6. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит-ры, 1963.
7. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1965.
8. Давид М. Геостатистические методы при оценке запасов руд. – Л.: Недра, 1980.
9. Йереског К.Г., Клован Д.И., Реймент Р.А. Геологический факторный анализ. – Л.: Недра, 1980.
10. Матерон Ж. Основы прикладной геостатистики. – М.: Мир, 1988.
11. Тархов А.Г., Никитин А.А., Трофимова Т.А. Обработка геофизических данных: МГРИ, 1979, - 62 с.
12. Дементьев Л.Ф. Статистические методы обработки и анализа промышленно-геологических данных. – М.: Недра, 1966.
13. Комаров И.С. Накопление и обработка информации при инженерно – геологических исследованиях. – М.: Недра, 1972.
14. Комаров И.С., Хайме Н.М., Бабеньшев А.П. Многомерный статистический анализ в инженерной геологии. – М.: Недра, 1976.
15. Крамбейн У., Грейбилл Ф. Статистические модели в геологии. – М.: Мир, 1968.
16. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975.
17. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. – М.: Гос. изд. физ.- мат. лит-ры, 1962.
18. Малеванный Г.Г., Пирытин В.Д. Способ наименьших квадратов в гидрогеологических исследованиях и расчетах. – Харьков, ХГУ, 1988.
19. Никитин А.А. Статистические методы выделения геофизических аномалий. – М., Недра, 1979.
20. Рыжков П.А., Гудков В.М. Применение математической статистики для разведки недр земли. – М.: Недра, 1969.

21. *Щурьгин А.М.* Статистика при подсчете запасов месторождений. – М.: Изд-во МГУ, 1978.
22. *В. Симонович и др.* Информатика. Базовый курс. – СПб: Питер, 2005 – 640 с.
23. *М. Херхагер, М.Партоль.* Mathcad 2000: полное руководство. «Ирина»,ВНУ, Киев - 414 с.
24. *Додж и др.* Эффективная работа с Microsoft Excel 97- СПб: Питер, 1999 – 1072 с.
25. WWW.UA.Kiev.univ.geol. Лекції М.Жукова з інформатики.